В данной работе рассматривается алгоритм фрактального сжатия изображений, основанный на использовании системы итерируемых функций Iterated Function System (IFS).

Применение *IFS* к построению фрактальных изображений, стало результатом исследований *Майкла Барнсли.* Метод базируется на самоподобии элементов изображения и заключается в моделировании рисунка несколькими меньшими фрагментами его самого. Специальные уравнения позволяют переносить, поворачивать и изменять масштаб участков изображения; таким образом, эти участки служат компоновочными блоками остальной части картины[1@1].

Сама система итерируемых функций представляет собой набор трехмерных аффинных преобразований, переводящих одно изображение в другое. Преобразованию подвергаются точки в трехмерном пространстве (х\_координата, у\_координата, яркость) [1].

Одним из наиболее знаменитых *IFS*-изображений является чёрный папоротник, в котором каждый лист в действительности представляет собой миниатюрный вариант самого папоротника (см. рис.).



Рисунок 0

Дальнейшие исследования были направлены на поиск метода, позволяющего находить для любого изображения систему аффинных преобразований, воспроизводящую изображение с заданной точностью

Первым решение данной задачи нашёл студент *Барнсли, Арно Жакан (Arnaud Jacquin)*. Предложенный метод получил название *«Система итерируемых кусочно-определённых функций» (Partitioned Iterated Function System – PIFS*)[1%]. Согласно его схеме, отдельные части изображения подобны не всему изображению, а только его частям.

С учетом найденного решения для осуществления фрактального сжатия (или фрактальное компрессии) исходное изображение делится на подобласти, которые представляют из себя квадраты, называемые *ранговыми блоками*. Ранговые блоки пересекаться не могут. Также на исходном изображении выделяют *доменные блоки* (домены)– являющиеся совокупностью 4-х ранговых блоков. Домены могут пересекаться. Все ранговые блоки и домены – это квадраты со сторонами, параллельными сторонам исходного изображения. И затем, для каждого рангового блока ищется соответствующий ему доменный блок.

**Математическое обоснование возможности фрактального сжатия.**

Есть отображение , где – множество всех возможных изображений. *W* является объединением отображений *wi*:

где *R* – изображение, а *di* – какие-то (возможно, перекрывающиеся) области изображения *D*. Каждое преобразование *wi* переводит *di* в *ri*. Таким образом:

Представим изображение в виде функции двух переменных *f (x, y)*. На множестве всех таких функций введём метрику (расстояние между изображениями) следующим образом:

Согласно теореме Банаха, существует определённый класс отображений, для которых существует константа 0 *c 1* такая, что для любых изображений *f* и *g* выполняется неравенство

Такие отображения называются *сжимающими*, и для них справедливо следующее утверждение:

Если к какому-то изображению *F0* мы начнём многократно применять отображение *W* таким образом, что

то в пределе, при *i*, стремящемся к бесконечности, мы получим одно и то же изображение вне зависимости от того, какое изображение мы взяли в качестве *F0*:

Это конечное изображение *F* называют *аттрактором*, или *неподвижной точкой отображения W*. Также известно, что если преобразования *wi* являются сжимающими, то их объединение *W* тоже является сжимающим.

Как будет описано далее, процесс декодирования изображения будет осуществляться именно путем многократно применения отображения *W* к базовому изображению. Именно наличие аттрактора у отображения *W* позволяет при декомпрессии в качестве базового использовать любой изображение.

**Используемые формулы**

**Аффинные преобразования**

Аффинное преобразование − отображение плоскости или пространства в себя, при котором параллельные прямые переходят в параллельные прямые, пересекающиеся − в пересекающиеся, скрещивающиеся − в скрещивающиеся [afin].

В общем виде аффинные преобразования на плоскости описываются следующими формулами:

где A, B, C, D, E, F – некие константы, (x,y) - координаты точки на плоскости до преобразования, (X,Y) – координаты точки на плоскости после преобразования. Преобразование (Ь) можно записать в матричной форме:

Аффинным преобразованием, применяемым мной в данной работе является поворот на градусов. Такое преобразование выражается формулами:

Каждый из приведенных далее алгоритмов фрактального сжатия включает применение 8 аффинных преобразований к доменными блоками.

Примеры этих преобразований можно увидеть в таблице 1.

Таблица 1 – Аффинные преобразования доменного блока

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| № | Название | Пример |
| 1 | Поворот на 0о |  |
| 2 | Поворот на 90о |  |
| 3 | Поворот на 180о |  |
| 4 | Поворот на 270о |  |
| 5 | Вертикальное отражение |  |
| 6 | Горизонтальное отражение |  |
| 7 | Поворот на 90о и вертикальное отражение |  |
| 8 | Поворот на 90о и горизонтальное отражение |  |

**Яркостное преобразование**

При поиске подходящего доменного блока для достижения максимального соответствия блоков часто нам необходимо не только поворачивать доменный блок, но также и изменять его яркость, контрастность или, в случае сжатия цветного изображения, оттенок.

Согласно цветовой модели RGB, цвет пикселя представлен тремя компонентами: красной, зеленой и синей. Значения компонент находятся в диапазоне от 0 до 255. В случае сжатия цветного изображения, соответствующий доменный блок ищется для каждой цветовой составляющей рангового блока отдельно. Если же сжимаемое изображение представлено в оттенках серого, т.е. все его цветовые компоненты имеют одинаковое значение, то для успешного сжатия достаточно найти подходящий доменный блок для одной цветовой составляющей рангового блока.

Для изменения цветовых составляющих блока используют *контрастность s* и *яркость o* – яркостные характеристики преобразования доменного блока к ранговому блоку.

Оптимальные контрастность и яркость минимизируют выражение

в котором и это соответственно значения цветовых компонент пискелей ранговой и доменной областей, а – длина стороны рангового и доменного блоков. Сами яркость и контрастность вычисляются по формулам

где

и – размер стороны рангового (доменного) блока.

1. Кудрина М.А., Климентьев К.Е. Компьютерная графика. − Издательство СГАУ, 2013. – 140 с.
2. Ансон Л., Барнсли М. Фрактальное сжатие изображения //Мир ПК, 1992, № 4, с. 52 – 58.

[1@1] <http://stanislaw.ru/rus/research/fractal.asp>

[1%].Уэлстид С. Фракталы и вейвлеты для сжатия изображений

в действии. – М.: Триумф, 2003. – 320 с.