В данной работе рассматривается алгоритм фрактального сжатия изображений, основанный на использовании системы итерируемых функций Iterated Function System (IFS).

Применение *IFS* к построению фрактальных изображений, стало результатом исследований *Майкла Барнсли.* Метод базируется на самоподобии элементов изображения и заключается в моделировании рисунка несколькими меньшими фрагментами его самого. Специальные уравнения позволяют переносить, поворачивать и изменять масштаб участков изображения; таким образом, эти участки служат компоновочными блоками остальной части картины[1@1].

Сама система итерируемых функций представляет собой набор трехмерных аффинных преобразований, переводящих одно изображение в другое. Преобразованию подвергаются точки в трехмерном пространстве (х\_координата, у\_координата, яркость) [1].

Одним из наиболее знаменитых *IFS*-изображений является чёрный папоротник, в котором каждый лист в действительности представляет собой миниатюрный вариант самого папоротника (см. рис.).



Рисунок 0

Дальнейшие исследования были направлены на поиск метода, позволяющего находить для любого изображения систему аффинных преобразований *(IFSM)*, воспроизводящую изображение с заданной точностью

Первым решение данной задачи нашёл студент *Барнсли, Арно Жакан (Arnaud Jacquin)*. Предложенный метод получил название *«Система итерируемых кусочно-определённых функций» (Partitioned Iterated Function System – PIFS*)[1%]. Согласно его схеме, отдельные части изображения подобны не всему изображению, а только его частям.

С учетом найденного решения для осуществления фрактального сжатия (или фрактальное компрессии) исходное изображение делится на подобласти, которые представляют из себя квадраты, называемые *ранговыми блоками*. Ранговые блоки пересекаться не могут. Также на исходном изображении выделяют *доменные блоки* (домены)– являющиеся совокупностью 4-х ранговых блоков. Домены могут пересекаться. Все ранговые блоки и домены – это квадраты со сторонами, параллельными сторонам исходного изображения. И затем, для каждого рангового блока ищется соответствующий ему доменный блока.

**Математическое обоснование возможности фрактального сжатия.**

Есть отображение , где – множество всех возможных изображений. *W* является объединением отображений *wi*:

где *R* – изображение, а *di* – какие-то (возможно, перекрывающиеся) области изображения *D*. Каждое преобразование *wi* переводит *di* в *ri*. Таким образом:

Представим изображение в виде функции двух переменных *f (x, y)*. На множестве всех таких функций введём метрику (расстояние между изображениями) следующим образом:

Согласно теореме Банаха, существует определённый класс отображений, для которых существует константа 0 *c 1* такая, что для любых изображений *f* и *g* выполняется неравенство

Такие отображения называются *сжимающими*, и для них справедливо следующее утверждение:

Если к какому-то изображению *F0* мы начнём многократно применять отображение *W* таким образом, что

то в пределе, при *i*, стремящемся к бесконечности, мы получим одно и то же изображение вне зависимости от того, какое изображение мы взяли в качестве *F0*:

Это конечное изображение *F* называют *аттрактором*, или *неподвижной точкой отображения W*. Также известно, что если преобразования *wi* являются сжимающими, то их объединение *W* тоже является сжимающим.

Как будет описано далее, процесс декодирования изображения будет осуществляться именно путем многократно применения отображения *W* к базовому изображению. Именно наличие аттрактора у отображения *W* позволяет при декомпрессии в качестве базового использовать любой изображение.

**Используемые формулы**

**Аффинные преобразования**

Аффинное преобразование − отображение плоскости или пространства в себя, при котором параллельные прямые переходят в параллельные прямые, пересекающиеся − в пересекающиеся, скрещивающиеся − в скрещивающиеся.

В общем виде аффинные преобразования на плоскости описываются следующими формулами:

где A, B, C, D, E, F – некие константы, (x,y) - координаты точки на плоскости до преобразования, (X,Y) – координаты точки на плоскости после преобразования. Преобразование (Ь) можно записать в матричной форме:

Аффинным преобразованием, применяемым мной в данной работе является поворот на градусов. Такое преобразование выражается формулами:

Каждый из приведенных далее алгоритмов фрактального сжатия включает применение 8 аффинных преобразований к доменными блоками.

Примеры этих преобразований можно увидеть в таблице 1.

Таблица 1 – Аффинные преобразования доменного блока

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| № | Название | Пример |
| 1 | Поворот на 0о |  |
| 2 | Поворот на 90о |  |
| 3 | Поворот на 180о |  |
| 4 | Поворот на 270о |  |
| 5 | Вертикальное отражение |  |
| 6 | Горизонтальное отражение |  |
| 7 | Поворот на 90о и вертикальное отражение |  |
| 8 | Поворот на 90о и горизонтальное отражение |  |

**Яркостное преобразование**

При поиске подходящего доменного блока для достижения максимального соответствия блоков может понадобится не только поворачивать доменный блок, но и изменять его яркость.

Для этой цели используют *контрастность s* и *яркость o* – яркостные характеристики преобразования доменного блока к ранговому блоку.

Оптимальные контрастность и яркость минимизируют выражение

в котором и это соответственно значения пискелей ранговой и доменной областей, и вычисляются по формулам

где

и N – размер стороны рангового (доменного) блока.

1. Кудрина М.А., Климентьев К.Е. Компьютерная графика. − Издательство СГАУ, 2013. – 140 с.
2. Ансон Л., Барнсли М. Фрактальное сжатие изображения //Мир ПК, 1992, № 4, с. 52 – 58.

[1@1] <http://stanislaw.ru/rus/research/fractal.asp>

[1%].Уэлстид С. Фракталы и вейвлеты для сжатия изображений

в действии. – М.: Триумф, 2003. – 320 с.